



České vysoké učení technické
v Praze
Fakulta biomedicínského inženýrství



Úloha KA03/č. 3:

Měření kroučícího momentu

Ing. Patrik Kutílek, Ph.D., Ing. Adam Žižka
(kutilek@fbmi.cvut.cz, zizka@fbmi.cvut.cz)

Poděkování:

Tato experimentální úloha vznikla za podpory Evropského sociálního fondu v rámci realizace projektu „Modernizace výukových postupů a zvýšení praktických dovedností a návyků studentů oboru Biomedicínský technik“, CZ.1.07/2.2.00/15.0415.

Období realizace projektu 11. 10. 2010 – 28. 2. 2013.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3. Měření kroutícího momentu

Úkoly měření a výpočtu

- Určete velikost namáhání a deformace pro průřez mezikruží protické náhrady zatížené na krut pro různé velikosti kroutícího momentu. Ověřte teoreticky získané výsledky s výsledky měření.
- Určete velikost izometrické síly, kterou musejí vytvářet svaly, aby vytvořily vámi měřený kroutící moment při úchopu dlaní (flexe a extenze).
- Určete velikost izometrické síly, kterou musejí vytvářet prsty, aby vytvořily vámi měřený kroutící moment. Porovnejte různé tvary úchytů a zdůvodněte výhody a nevýhody.

Teoretický základ řešených úloh

Natočení myšlené povrchové přímky vlivem zatížení kroutícím momentem je označováno jako zkoso (také tzv. úhel smyku či poměrné posunutí). Vztah mezi smykovým napětím vytvářeným kroutícím momentem a zkosem pro lineární elastické těleso je dán Hookeovým zákonem pro smyk. tj.:

$$\tau_k = G \cdot \gamma. \quad (1)$$

Veličina G je modul pružnosti ve smyku, který je dán vztahem:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}, \quad (2)$$

kde E je opět Youngův modul pružnosti a μ je Poissonovo číslo. Velikost namáhání od kroutícího momentu je určena vztahem:

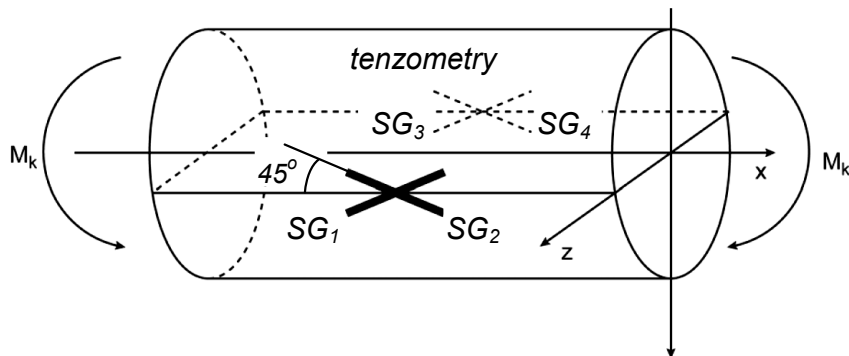
$$\tau_k = \frac{\vec{M}_k}{W_k}, \quad (3)$$

kde \vec{M}_k je kroutící moment a W_k je průřezový modul v krutu daný tvarem a rozměry testovaného profilu. Kroutící moment je dán součinem velikosti výsledné působící síly a kolmou vzdáleností této síly k ose, vůči které působení kroutícího momentu uvažujeme. Modul průřezu W_k má hodnotu

pro kruhový průřez:
$$W_k = \frac{\pi \cdot d^3}{16}. \quad (4)$$

Pro mezikruží pak
$$W_k = \frac{\pi \cdot (d_1^4 - d_2^4)}{16 \cdot d_1}, \quad (5)$$

kde d_1 je vnější průměr a d_2 je vnitřní průměr průřezu.



Obr.5: Zapojení tenzometrů pro měření krutu.

Zapojení tenzometrů a výpočet hledaného namáhání od kroutícího momentu dle změřeného přetvoření:

Applikace	Pozice zapojených tenzometrů	Měřené celkové přetvoření (pod úhlem 45°)	Měřené výstupní napětí	Namáhání od kroutícího momentu
plný most	SG ₁ , SG ₁ , SG ₂ , SG ₂	$\varepsilon_V = 4 \cdot \varepsilon_k = 2 \cdot \gamma$	$\Delta U_V = U_n \cdot k \cdot \varepsilon_k$	$\tau_k = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_V \cdot G$

Tab.3: Výpočet namáhání dle způsobu zapojení tensometrů – krut, [9].

Principu měření kroutícího momentu je využíváno v dynamomentrech. Necht' flexe a extenze ruky se realizuje mezi radiem os lunatum a os capitatum. Účast ostatních kostí je bezvýznamná. Při flexi rotuje os lunatum a os capitatum volárně a os lunatum se navíc posouvá dorzálně. Při extenzi ruky je tomu opačně, [6]. Sílu pro realizaci flexe vytváří svaly flx. carpi radialis, palmaris longus, flx. carpi ulnaris, flx. pollicis longus. Extenzi zápěstí realizuje ext. carpi radialis longus, ext. carpi radialis brevis, ext. carpi ulnaris.

Prostřednictvím změřeného momentu síly můžeme určit přibližnou velikost sil generovaných svaly F_f při flexi a extenzi za předpokladu dlaně snažící se pevně uchopit předmět. Můžeme tedy psát:

$$M_T = F_f \cdot f \Rightarrow F_f = \frac{M_T}{f}, \quad (6)$$

kde f je vzdálenost svalu resp. nositelky síly F_f od okamžité osy otáčení, tj. okamžité osy kloubu. Z podmínky rovnováhy určíme vnitřní silové reakce v kloubu za předpokladu flexe

$$F_{rf} = F_f, \quad (7)$$

kde F_{rf} je reakční síla. Za předpokladu působení sil jak od svalů vytvářející flexi tak svalů pro extenzi, lze psát z podmínky rovnováhy, že:

$$F_r = F_{rf} + F_{re} = F_f + F_e. \quad (8)$$

S ohledem na velikost působeného točivého momentu je důležitá kvalita styčných ploch mezi dlaní a uchopeným předmětem. Jednou z veličin, která charakterizuje kvalitu uchopení, je součinitel smykového tření μ , což je fyzikální veličina, která udává poměr třecí síly a kolmé tlakové (normálové) síly mezi tělesy. Smykové tření je případem pasivního odporu. Jeho mechanismus spočívá v tom, že drobné (mikroskopické) nerovnosti na povrchu jednoho tělesa zapadají do drobných nerovností na povrchu tělesa druhého. Aby se tělesa navzájem po sobě pohybovala, musí být na překonání těchto nerovností, které jsou charakterizovány např. drsností povrchu atp., vyvozena ve směru pohybu jistá tažná síla. Tato situace se vnějšimu pozorovateli jeví jako by proti směru pohybu působil odpor - třecí síla. Hodnoty součinitele smykového tření závisí na konkrétní dvojici látek na povrchu a drsnosti těles, mezi nimiž smykové tření probíhá. Například smykové tření kůže na kovu v klidu je 0,25 - 0,60, v pohybu 0,12 - 0,36. Výpočet třecí síly v případě úchopu předmětu dvěma proti sobě působícími stejnými silami je

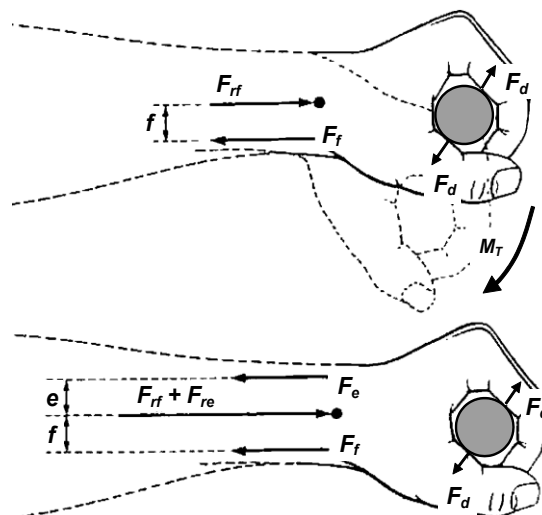
$$F_t = 2 \cdot F_d \cdot \mu \quad (9)$$

a moment tření pak je:

$$M_b = F_t \cdot r = 2 \cdot F_d \cdot \mu \cdot r, \quad (10)$$

kde r je poloměr uchopeného předmětu. Pokud využijeme poznatků z čepového tření, v případě úplného sevření předmětu dlaní a prsty, pak je třecí moment

$$M_b = 2 \cdot F_d \cdot r \cdot \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}. \quad (11)$$

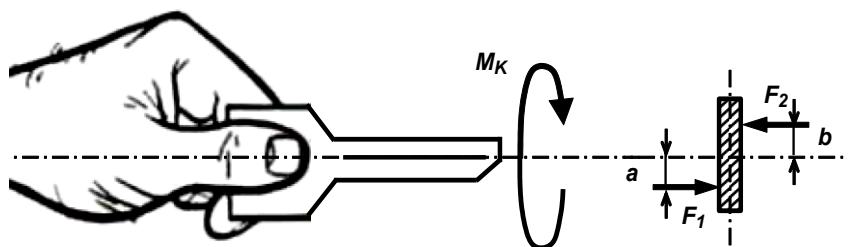


Obr.: Schéma vytváření točivého momentu při úchopu dlaní.

Aby nedošlo k protáčení v dlani uchopeného předmětu, musí platit:

$$M_b \geq M_T. \quad (12)$$

Odtud je evidentní, mimo jiné, důležitost co největšího součinitele tření z důvodu bezpečného úchopu. Dalším pohybem ruky je pronace a supinace. Pronace je pohyb, při kterém se radius obtáčí kolem ulny, takže při plné pronaci jsou obě předloketní kosti překříženy v podobě písmene X. Rozsah pronace je závislý na spoluúčasti loketního a ramenního kloubu a také na pohybu lopatky. Při flektovaném lokti je rozsah pronace asi 150 stupňů, ale se spoluúčastí zmíněných spojů dosahuje až 360 stupňů. Supinaci charakterizuje návrat vřetenní kosti do paralelního postavení s ulnou a despiralizace vláken mezikostní membrány. Supinace je antigravitační pohyb, který (je-li flektován loketní kloub) staví horní končetinu do pozice optimální pro vyšetření a manipulaci s objekty, [6]. Oba tyto pohyby jsou charakteristické pro manipulaci s klíčem, madlem atp. Velikost momentu vyvolaného pronací a supinací je důležitá při pevnostním návrhu pomůcek a nástrojů, jejich velikostí a designu.



Obr.3: Vytváření kroutícího momentu při úchopu mezi prsty.

Nechť na element plochy dS působí prsty tlakovou silou dF , pak můžeme psát:

$$dF = p \cdot dS, \quad (13)$$

kde p je za předpokladu zjednodušení ve všech místech pod prsty stejný. Velikost celkové tlakové síly získáme integrací přes celou plochu:

$$F = \iint_S p \cdot dS. \quad (14)$$

Předpokládejme, že na klíč držený mezi prsty působí síly F_1 a F_2 , pak celkový kroutící moment je:

$$M_K = F_1 \cdot a + F_2 \cdot b, \quad (15)$$

kde a a b jsou vzdálenosti působišť, tj. nositelek, sil od středu otáčení. Pokud předpokládáme zjednodušení $F = F_1 = F_2$ a $r = a = b$, pak:

$$M_K = 2 \cdot F \cdot r .$$

(16)